

Appunti sullo sviluppo piano di figure solide

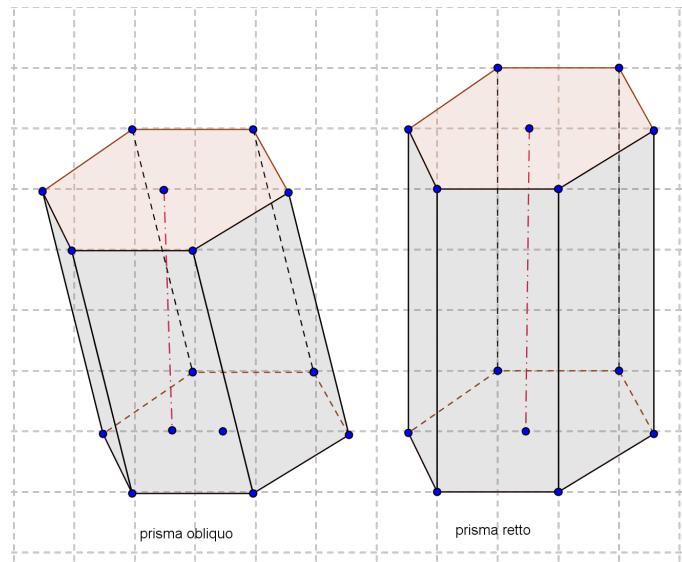
Indice

1. Cosa è un prisma
2. Prisma retto, parallelepipedo e cubo.
3. Sviluppo piano di un prisma

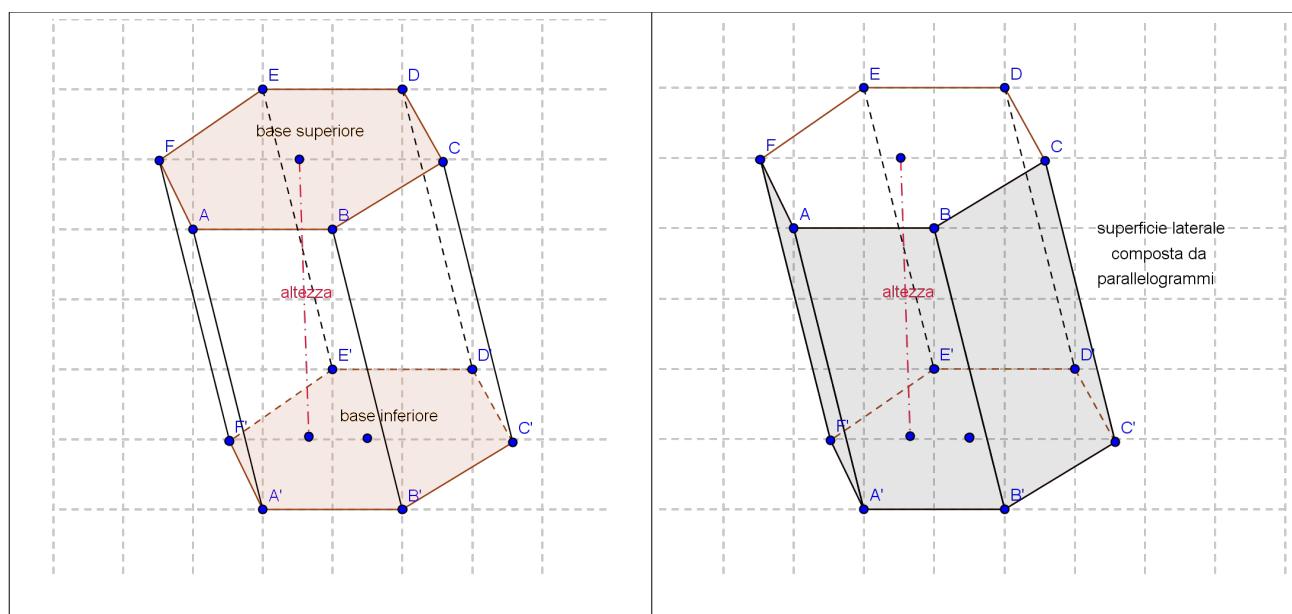
1. Cosa è un prisma

Per effettuare lo sviluppo piano di un prisma è necessario sapere cosa è un **prisma**.

Ricordo a questo proposito che un quadrato è un rettangolo particolare, e che un rettangolo è un parallelogramma particolare.

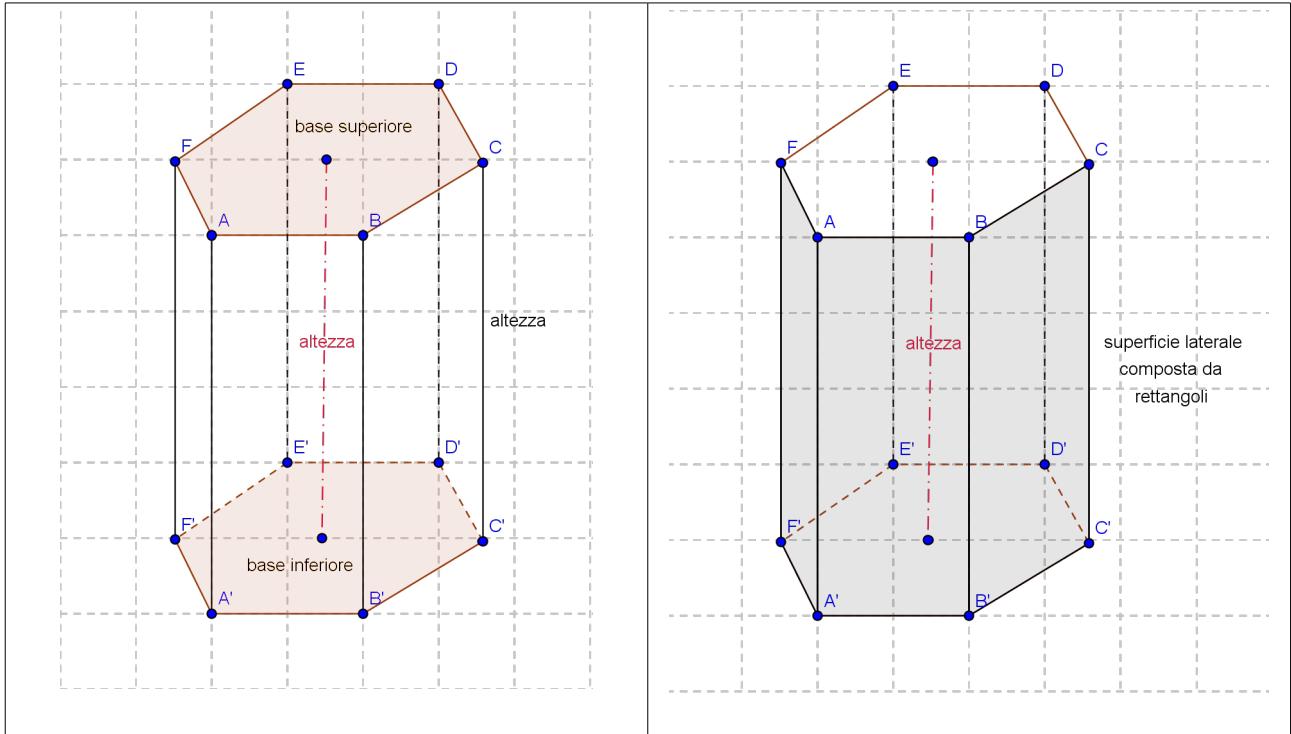


Un **prisma** è una figura solida delimitata (composta) da poligoni, di cui due sono congruenti e posti su piani paralleli, e costituiscono le basi del prisma (i cui vertici sono in corrispondenza), gli altri, cioè tutti i poligoni laterali, sono parallelogrammi; l'altezza del prisma è la distanza tra i due piani paralleli, che contengono le basi.



2. Prisma retto, parallelepipedo e cubo.

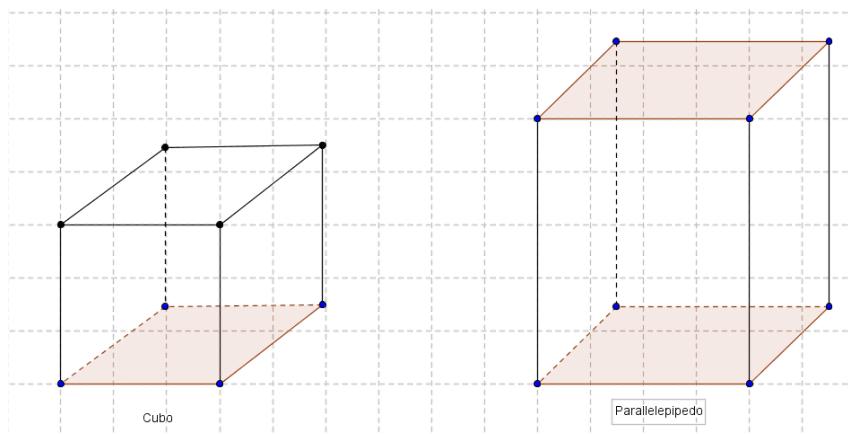
Noi lavoreremo su **prismi retti** per cui i parallelogrammi, che formano la superficie laterale, sono tutti dei rettangoli ed i piani che li contengono sono perpendicolari a quelli delle basi; l'altezza del prisma è ancora la distanza tra i due piani paralleli e coincide con lo spigolo che unisce due vertici corrispondenti delle basi.



I **prismi retti** possono avere qualsiasi poligono per base (se la base è regolare, il prisma si dice regolare); la fascia laterale è sempre composta da tanti rettangoli quanti sono i lati del poligono di base; i rettangoli possono essere uguali o diversi, comunque tutti hanno una dimensione congruente all'altezza del prisma.

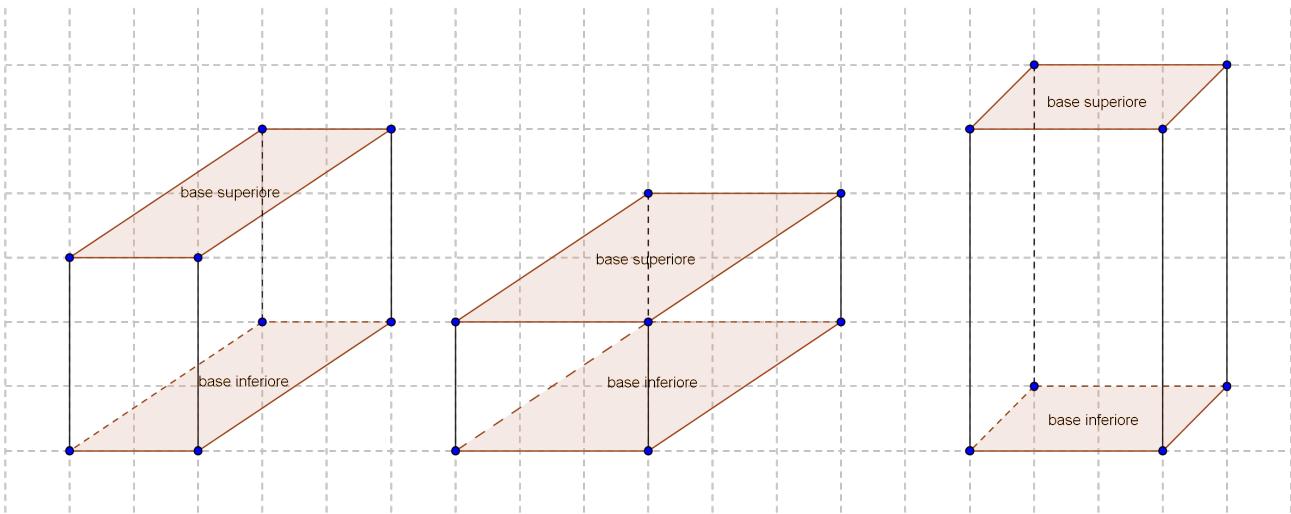
Il **parallelepipedo** è un particolare tipo di prisma in cui tutti i poligoni, comprese le basi, sono rettangoli, perciò come basi verranno indicati i due rettangoli posti su piani paralleli, dei quali uno è appoggiato “a terra”.

Anche il **cubo** è un particolare tipo di prisma composto da sei quadrati congruenti; per il cubo, in genere, non si parla di basi, ma di facce, proprio perché è formato da sei quadrati congruenti.

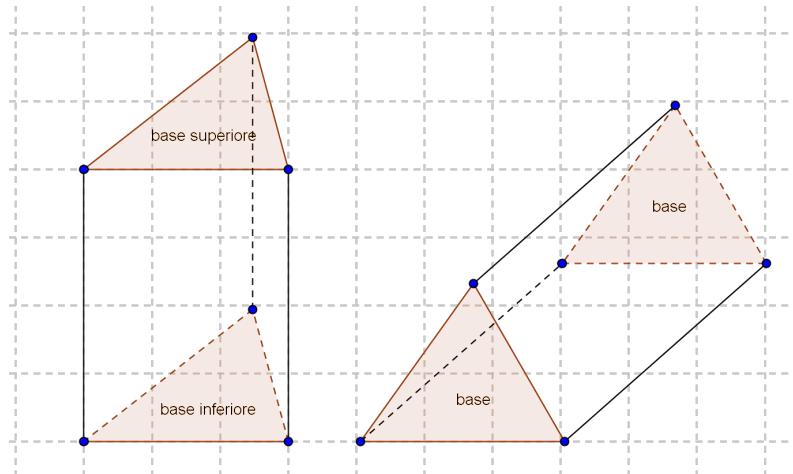


Attenzione

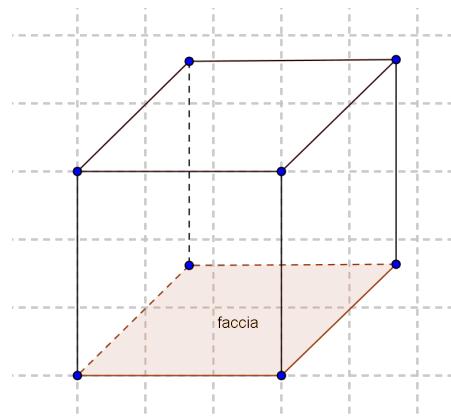
Riguardo ad un parallelepipedo, se cambia il rettangolo che poggia “a terra”, cambiano le basi del solido (come si vede in figura).



Invece, riguardo ad un prisma qualunque, le basi sono ben determinate e riconoscibili anche se cambia il poligono di appoggio: le basi sono ancora i due poligoni con forma diversa dal rettangolo (i triangoli in questo caso).



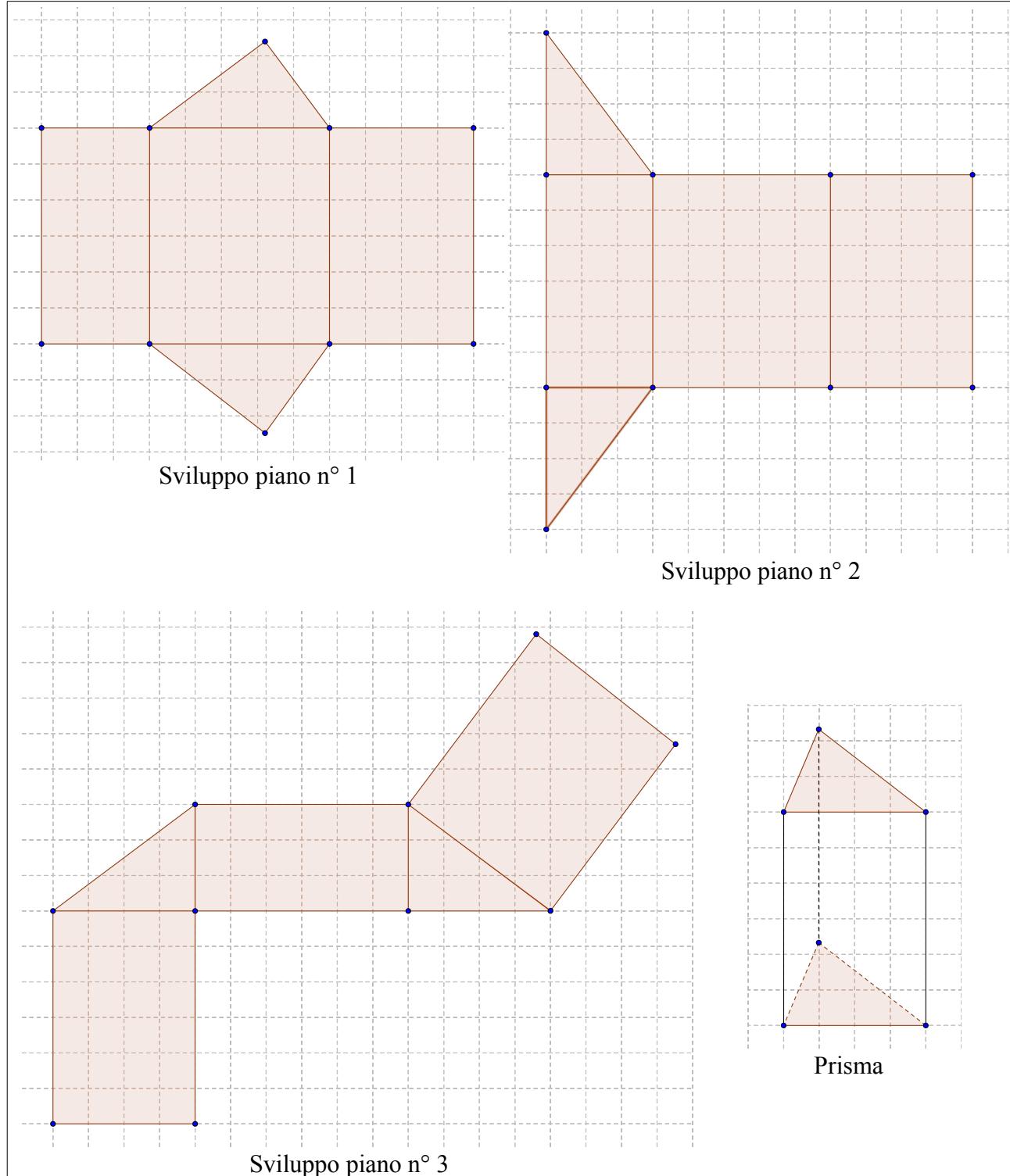
Riguardo ad un cubo, cambiando il quadrato di appoggio, non si percepiscono differenze.



3. Sviluppo piano di un prisma

Lo **sviluppo piano** di un solido è la superficie piana che si ottiene riportando su di un piano tutti i poligoni che compongono il solido.

Non esiste un solo ed unico sviluppo piano di un solido, per ogni solido ce ne sono tanti di vario tipo, ma equivalenti.



In figura sono riportati ad esempio tre sviluppi piani equivalenti di un prisma avente per base un triangolo rettangolo scaleno.

Tra i tre sviluppi proposti il più funzionale è il secondo, perché rende ben riconoscibile la costituzione del prisma e si disegna facilmente.

Lo **sviluppo piano** (e con esso la sua costruzione) che viene proposto, è il più utile per:

- **visualizzare** e, quindi, **calcolare la superficie** (superficie di base, laterale e totale) di un solido;
- **costruire** il solido.

Lo sviluppo piano di un solido può essere effettuato:

- con misure reali (quando è possibile);
- in scala.

Realizzazione dello sviluppo piano di un prisma

Supponiamo, ad esempio, di voler fare lo sviluppo piano di un prisma, di cui conosciamo l'altezza, avente per base un trapezio rettangolo di cui conosciamo la base maggiore, la base minore e l'altezza (disegno in scala).

Attenzione: spesso si indicano con lo stesso nome grandezze diverse, per cui è necessario *specificare* a quale grandezza ci riferiamo.

Immaginiamo di suddividere il piano in tre zone.

zona della base superiore

zona della fascia laterale

zona della base inferiore

Per effettuare lo sviluppo di un solido è, quindi, importante identificare la base.

Dati

$$B_{\text{trapezio}} = AB = 12 \text{ m}$$

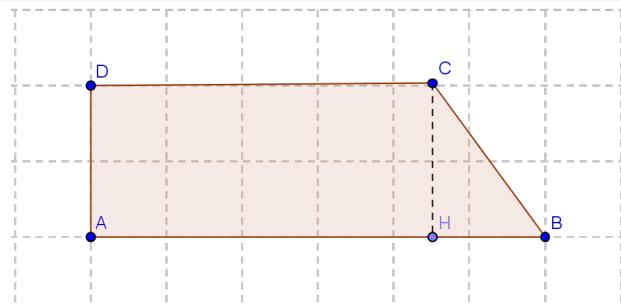
$$b_{\text{trapezio}} = CD = 9 \text{ m}$$

$$h_{\text{trapezio}} = CH = AD = 4 \text{ m}$$

da cui si ricava

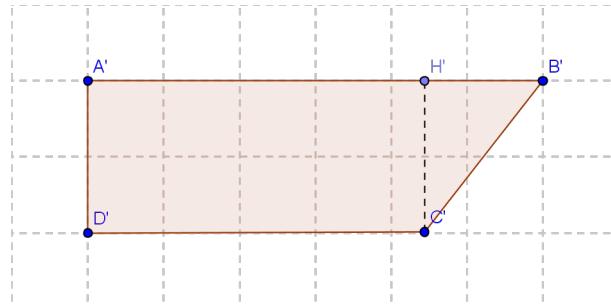
$$pr_{\text{trapezio}} = HB = 3 \text{ m}$$

$$l_{\text{trapezio}} = BC = 5 \text{ m}$$

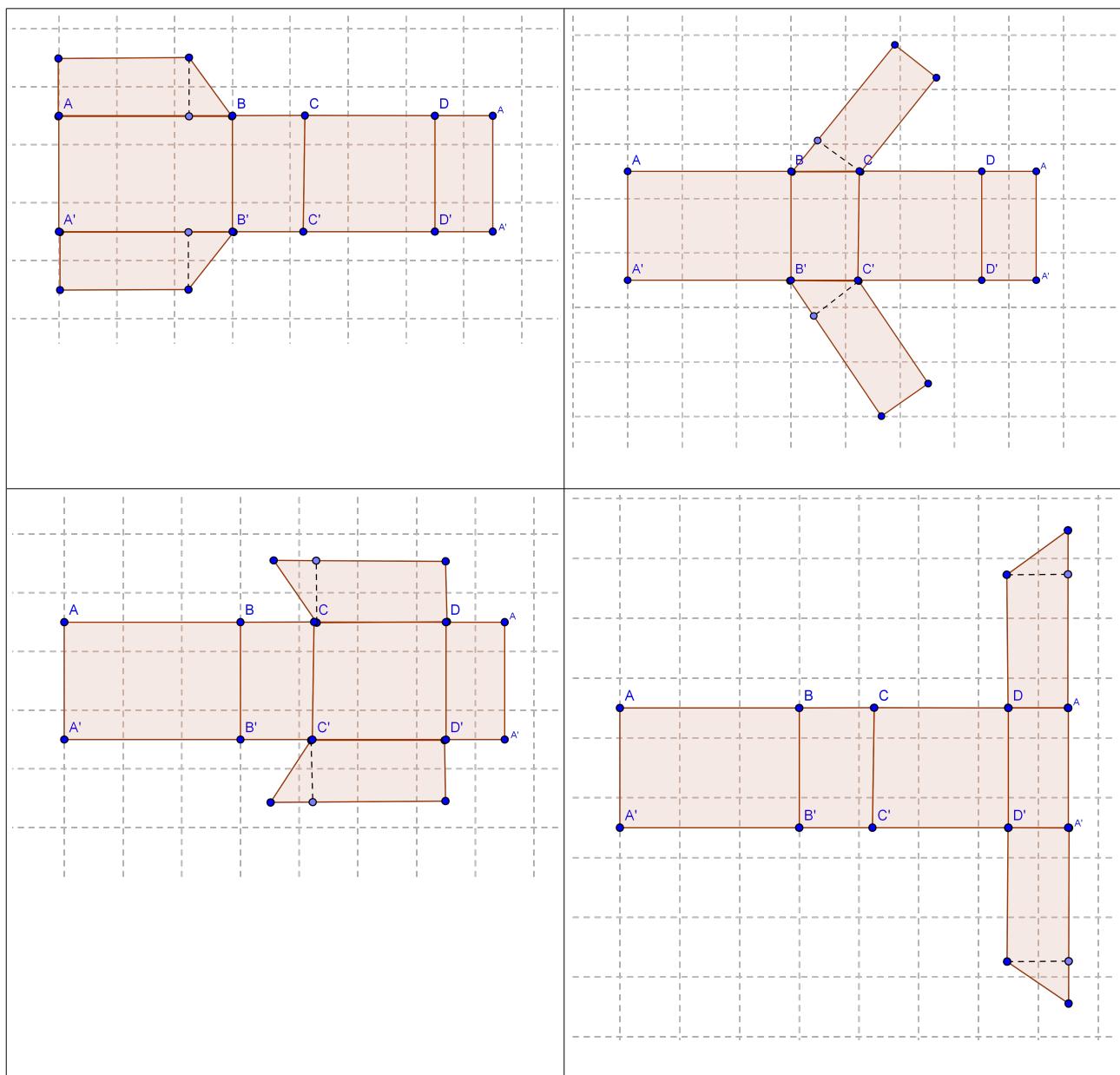


La zona della base superiore viene perciò occupata dal trapezio ABCD.

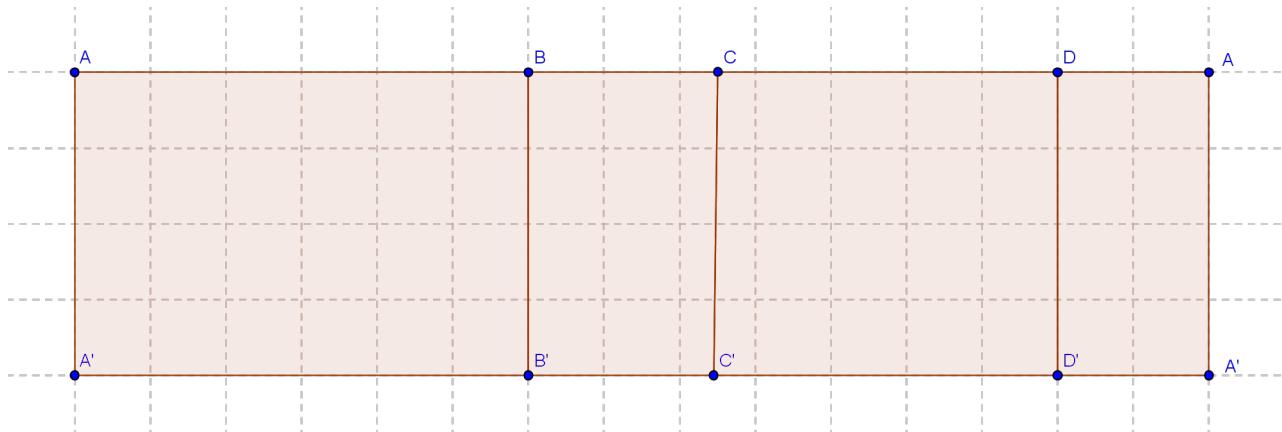
Di conseguenza, la zona della base inferiore viene occupata dal trapezio $A'B'C'D'$, ottenuto dal precedente per simmetria assiale (rispetto all'asse contenente la base maggiore del trapezio).



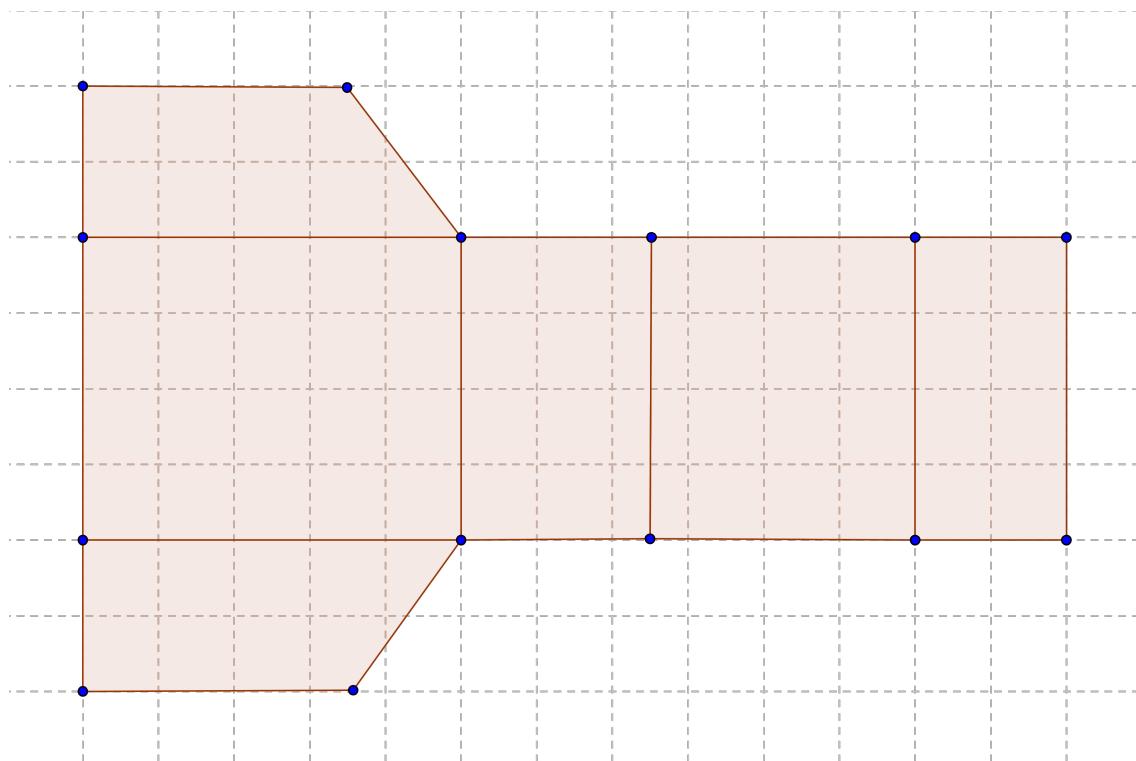
Per disegnare la fascia laterale dobbiamo immaginare di far “rotolare” il trapezio sui suoi lati e costruire, così, i rettangoli che compongono la superficie laterale.



La fascia laterale viene perciò composta da quattro rettangoli, tutti aventi per altezza, l'altezza del prisma (supponiamo $AA' = BB' = CC' = DD' = 8$ m), e, ciascuno, avente per base un lato del trapezio (i lati sono posti ordinatamente).



Lo sviluppo piano completo è il seguente:



Per calcolare l'area delle varie superfici:

- l'area della superficie di base è data dall'area del trapezio
- l'area della superficie laterale è data dalla somma delle aree dei quattro rettangoli laterali; o meglio, come sappiamo in matematica si tende a sintetizzare tutto, così, l'area della superficie laterale può essere calcolata come area del “rettangolone” laterale che ha per altezza, l'altezza del prisma, e per base, il perimetro del trapezio, visto che è composta dai lati del trapezio (si impiegano un numero minore di operazioni a calcolare l'area del “rettangolone” rispetto a fare la somma delle aree dei quattro rettangoli)
- l'area della superficie totale è data dalla somma dell'area laterale con le due aree di base