



Istituto Comprensivo "G. B. Niccolini"
San Giuliano Terme (Pisa)

Esame di stato

Scienze Matematiche, chimiche, fisiche e naturali

Sessione estiva 2014-2015

Quesito 1

Rappresenta in un piano cartesiano ortogonale i seguenti punti:

$$A(-4; +5),$$

$$B(0; +2),$$

$$C(0; +14),$$

$$D(-4 + 11).$$

- Unisci i punti nell'ordine assegnato e descrivi la figura ottenuta.
- Assumendo come unità di misura il centimetro (1 unità = 1 cm), calcola il perimetro e l'area del quadrilatero ABCD.
- Fai ruotare il quadrilatero di un giro completo attorno all'asse y e descrivi il solido ottenuto.
- Calcola l'area totale ed il volume del solido.
- Se il solido fosse di legno ($\rho = 0,5$), quale sarebbe il suo peso?

Quesito 2

Risolvi le seguenti equazioni e fai la verifica dell'equazione a:

a) $7x + 10 + 15x - 2 = 8x - 8 - 12$

b) $-(4x - 2) + 12x = 2(5x - 1) - 2(x - 6) - 5x$

c) $\frac{x-2}{2} - \frac{3(2x-1)}{5} = -\frac{7(x-3)}{10}$

Quesito 3

Determina per via grafica e per via algebrica le coordinate del punto P di intersezione tra le seguenti rette:

r $y = +2x - 3$

t $y = -\frac{1}{2}x + 2$

- Scrivi l'equazione della retta r' parallela a r e passante per l'origine degli assi.
- Scrivi l'equazione della retta t' perpendicolare a t e passante per il punto P(0; +2).

Quesito 4

Osserva lo schema qui a fianco, che si riferisce alla trasmissione dell'anemia mediterranea.

Sapendo che tale malattia è recessiva, rispondi alle seguenti domande, motivando le tue ipotesi:

- I genitori sono omozigoti o eterozigoti?
- Qual è il genotipo di un individuo malato?
- Qual è il genotipo di un individuo portatore?
- Qual è la probabilità che nasca un figlio malato da una coppia di genitori di cui uno eterozigote ed uno malato?
- Qual è la probabilità che nasca un figlio sano da una coppia di genitori di cui uno portatore ed uno sano?

	M	m
M	MM	Mm
m	Mm	mm



Istituto Comprensivo "G. B. Niccolini"
San Giuliano Terme (Pisa)

Esame di stato

Scienze Matematiche, chimiche, fisiche e naturali

Sessione estiva 2014-2015

Quesito 1

Rappresenta in un piano cartesiano ortogonale i seguenti punti:

$$A(+2; 0), \quad B(+14; 0), \quad C(+10; +3), \quad D(+2 + 3).$$

- Unisci i punti nell'ordine assegnato e descrivi la figura ottenuta.
- Assumendo come unità di misura il centimetro (1 unità = 1 cm), calcola il perimetro e l'area del quadrilatero ABCD.
- Fai ruotare il quadrilatero di un giro completo attorno all'asse x e descrivi il solido ottenuto.
- Calcola l'area totale ed il volume del solido.
- Se il solido fosse di ferro ($\rho = 7,8$), quale sarebbe il suo peso?

Quesito 2

Risolvi le seguenti equazioni e stabilisci se sono determinate (trova la soluzione), indeterminate o impossibili:

a) $\frac{7-3x}{6} + \frac{x-10}{2} = \frac{1}{3}$

b) $11x - 5 - (7x - 5) + 6 = 10 - 4 + 4x$

c) $\frac{x+4}{3} - \frac{x-4}{5} = 2 + \frac{3x-1}{15}$

Quesito 3

Determina per via grafica e per via algebrica le coordinate del punto P di intersezione tra le seguenti rette:

r $y = +\frac{1}{2}x + 2$

s $y = -x - 1$

- Scrivi l'equazione della retta **r'** perpendicolare a **r** e passante per il punto $P(0; +2)$.
- Scrivi l'equazione della retta **s'** parallela a **s** e passante per l'origine degli assi.

Quesito 4

L'anemia mediterranea è una malattia del sangue dovuta a un gene recessivo, per cui i globuli rossi sono più piccoli della norma. Indica con M il gene sano e con m piccolo il gene che porta la malattia.

Calcola la probabilità in frazione e percentuale che nascano figli sani, ammalati, portatori sani, nei seguenti casi:

- entrambi i genitori sono eterozigoti portatori sani.
- un genitore è omozigote sano e uno omozigote malato.
- entrambi i genitori sono omozigoti sani.

Rispondi poi alle seguenti domande, motivando le tue ipotesi:

- Da due genitori malati può nascere un figlio sano?
- Quali sono i possibili genotipi dei genitori se nasce un figlio malato?



Istituto Comprensivo "G. B. Niccolini"
San Giuliano Terme (Pisa)

Esame di stato

Scienze Matematiche, chimiche, fisiche e naturali

Sessione estiva 2014-2015

Quesito 1

Rappresenta in un piano cartesiano ortogonale i seguenti punti:

$$A(+2; 0), \quad B(+10; 0), \quad C(+13; +4), \quad D(+5; +4).$$

- Unisci i punti nell'ordine assegnato e descrivi la figura ottenuta.
- Assumendo come unità di misura il centimetro (1 unità = 1 cm), calcola il perimetro e l'area del quadrilatero ABCD.
- Fai ruotare il quadrilatero di un giro completo attorno all'asse x e descrivi il solido ottenuto.
- Calcola l'area totale ed il volume del solido.
- Calcola il peso del solido sapendo che il suo $\rho = 2,5$.

Quesito 2

Risolvi le seguenti equazioni e stabilisci se sono determinate (trova la soluzione), indeterminate o impossibili:

a) $3x - 5 + 2(x - 4) = 7x - 8 - (2x + 1)$

b) $\frac{x-2}{3} + \frac{x}{6} = \frac{x+6}{2} - \frac{11}{3}$

c) $1 - \frac{6x+3}{4} = \frac{2(2x+1)}{3} - \frac{2x-1}{2}$

Quesito 3

Disegna in un sistema di assi cartesiani le rette di equazione

r $y = +2x - 4$

s $y = -3x + 6$

- Determina graficamente e algebricamente il punto di incontro delle due rette.
- Scrivi l'equazione della retta **r'** perpendicolare alla retta **r** e passante per l'origine degli assi.
- Scrivi l'equazione della retta **r''** parallela alla retta **r** e passante per il punto $P(0; +2)$.
- Scrivi l'equazione della retta **s'** parallela alla retta **s** e passante per l'origine degli assi.

Quesito 4

Un gatto dal pelo bianco e una gatta dal pelo nero hanno generato dei gattini, tutti con il pelo nero (1° generazione). Questi ultimi, raggiunta la maturità, incrociandosi tra loro, hanno generato 24 gattini, alcuni neri e altri bianchi (2° generazione).

- Quale ipotesi si può fare sul genotipo dei due gatti genitori della prima generazione?
- Quale genotipo hanno i loro gattini?
- Qual è la probabilità che un gattino della 2° generazione sia nero? E che sia bianco?
- Su 24 nati (la 2° generazione), qual è il probabile numero di gattini neri e di gattini bianchi?

SOLUZIONI

Quesito 1a

Rappresenta in un piano cartesiano ortogonale i seguenti punti:

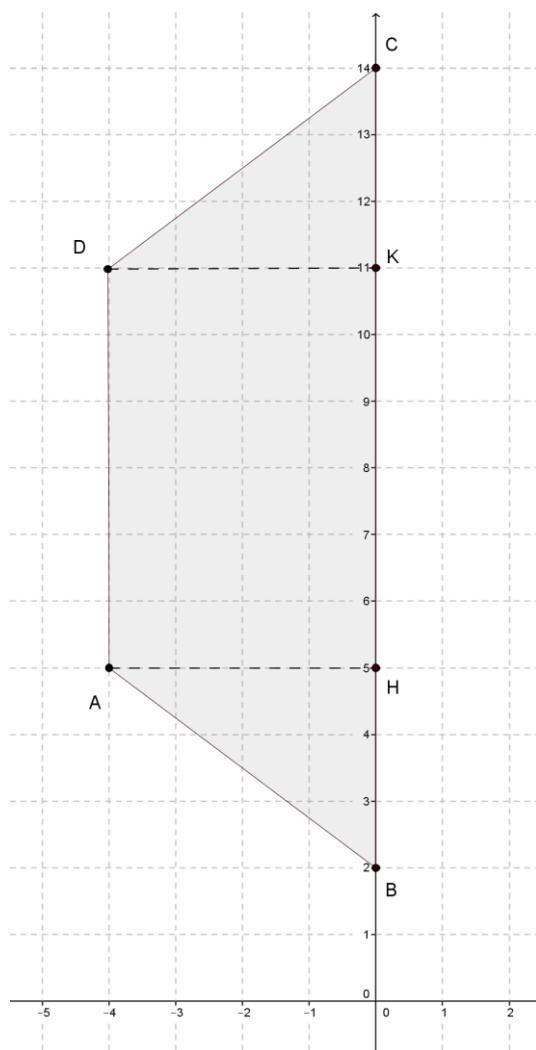
$$A(-4; +5),$$

$$B(0; +2),$$

$$C(0; +14),$$

$$D(-4; +11).$$

a) Unisci i punti nell'ordine assegnato e descrivi la figura ottenuta.



Il poligono ottenuto è un trapezio isoscele.

Il poligono ABCD ha una coppia di lati paralleli, $BC \parallel AD$, che costituiscono le basi del trapezio, gli altri due lati sono congruenti, $AB = DC$; gli angoli adiacenti a ciascuna base sono congruenti, $\hat{A} = \hat{D} > 90^\circ$ e $\hat{B} = \hat{C} < 90^\circ$, gli angoli adiacenti a ciascun lato obliquo sono supplementari, $\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$ e $\hat{C} + \hat{D} = 180^\circ$; le due diagonali sono congruenti, $AC = DB$; la figura ha un asse di simmetria passante per i punti medi dei lati paralleli, cioè delle basi.

$$\text{base maggiore} = B = BC = 12 \text{ u} = 12 \text{ cm} \quad \rightarrow \quad \overline{BC} = |y_C - y_B|$$

$$\text{base minore} = b = AD = 6 \text{ u} = 6 \text{ cm} \quad \rightarrow \quad \overline{AD} = |y_D - y_A|$$

$$\text{altezza} = h = AH = DK = 4 \text{ u} = 4 \text{ cm} \quad \rightarrow \quad \overline{AH} = |x_H - x_A|$$

$$\text{proiezione del lato obliquo} = p_r = CK = BH = \frac{B - b}{2} = 3 \text{ u} = 3 \text{ cm}$$

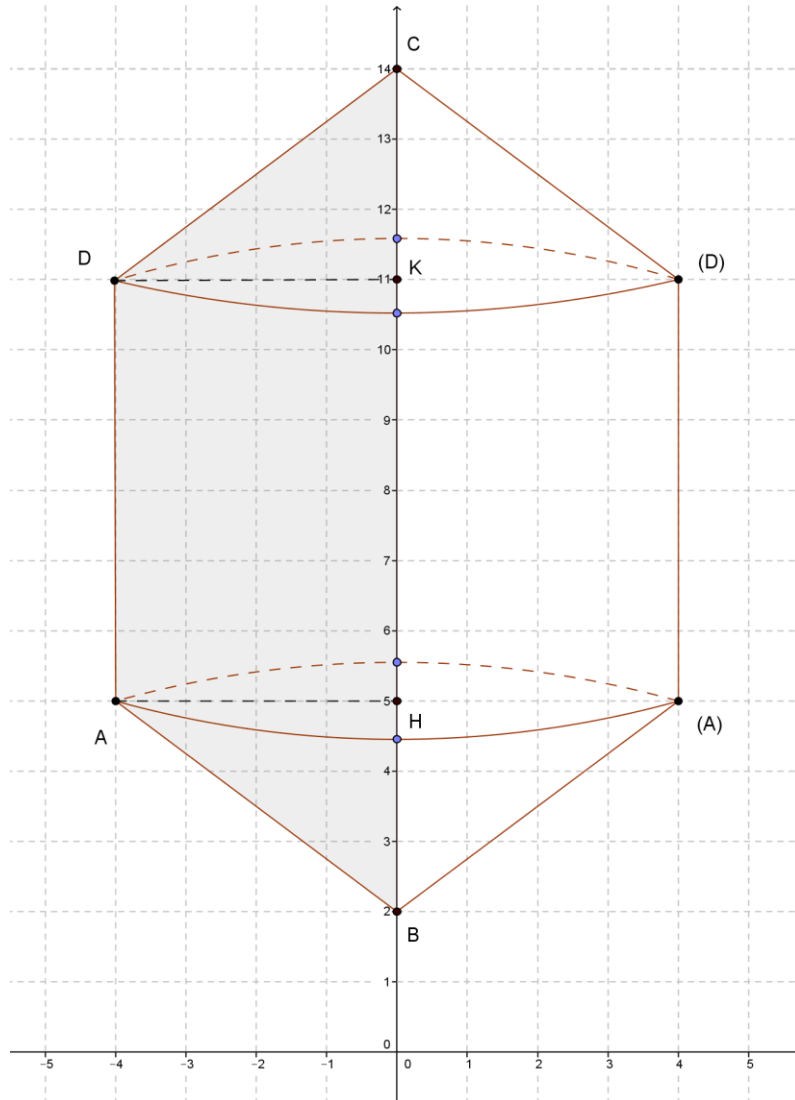
$$\text{lato obliquo} = \ell = AB = DC = \sqrt{p_r^2 + h^2} = 5 \text{ u} = 5 \text{ cm}$$

b) Assumendo come unità di misura il centimetro (1 unità = 1 cm), calcola il perimetro e l'area del quadrilatero ABCD.

$$2p = B + b + 2 \cdot \ell = 12 \text{ cm} + 6 \text{ cm} + 2 \cdot 5 \text{ cm} = 28 \text{ cm}$$

$$\mathcal{A} = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(12 \text{ cm} + 6 \text{ cm}) \cdot 4 \text{ cm}}{2} = 36 \text{ cm}^2$$

c) Fai ruotare il quadrilatero di un giro completo attorno all'asse y e descrivi il solido ottenuto.



Il solido ottenuto è composto da un cilindro e due coni identici sovrapposti, aventi le basi coincidenti.

Cilindro	Cono
$r_{cilindro} = r_{cono} = h_{trapezio} = 4 \text{ cm}$	$r_{cono} = r_{cilindro} = h_{trapezio} = 4 \text{ cm}$
$h_{cilindro} = b_{trapezio} = 6 \text{ cm}$	$h_{cono} = p_{r_{trapezio}} = 3 \text{ cm}$
	$a_{cono} = \ell_{trapezio} = 5 \text{ cm}$

d) Calcola l'area totale ed il volume del solido.

$$\mathcal{A}_B = r^2 \pi = (4 \text{ cm})^2 \pi = 16\pi \text{ cm}^2 = 50,24 \text{ cm}^2$$

$$Circ = 2r\pi = 2 \cdot 4 \text{ cm} \cdot \pi = 8\pi \text{ cm} = 25,12 \text{ cm}$$

$$\mathcal{A}_{L_{cono}} = \frac{Circ \cdot a_{cono}}{2} = \frac{8\pi \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm}}{2} = 20\pi \text{ cm}^2 = 62,80 \text{ cm}^2$$

$$\mathcal{A}_{L_{cilindro}} = Circ \cdot h_{cilindro} = 8\pi \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} = 48\pi \text{ cm}^2 = 150,72 \text{ cm}^2$$

$$\mathcal{A}_{tot} = \mathcal{A}_{L_{cilindro}} + 2\mathcal{A}_{L_{cono}} = 48\pi \text{ cm}^2 + 2 \cdot 20\pi \text{ cm}^2 = 88\pi \text{ cm}^2 = 276,32 \text{ cm}^2$$

$$V_{cono} = \frac{\mathcal{A}_B \cdot h_{cono}}{3} = \frac{16\pi \text{ cm}^2 \cdot 3 \text{ cm}}{3} = 16\pi \text{ cm}^3 = 50,240 \text{ cm}^3$$

$$V_{cilindro} = \mathcal{A}_B \cdot h_{cilindro} = 16\pi \text{ cm}^2 \cdot 6 \text{ cm} = 96\pi \text{ cm}^3 = 301,440 \text{ cm}^3$$

$$V_{tot} = V_{cilindro} + 2 \cdot V_{cono} = 96\pi \text{ cm}^3 + 2 \cdot 16\pi \text{ cm}^3 = 128\pi \text{ cm}^3 = 401,920 \text{ cm}^3$$

e) Se il solido fosse di legno (ps = 0,5), quale sarebbe il suo peso?

$$P = ps \cdot V = 0,5 \frac{g}{\text{cm}^3} \cdot 401,920 \text{ cm}^3 = 200,96 \text{ g}$$

Quesito 2a

Risolvi le seguenti equazioni e fai la verifica dell'equazione a:

a) $7x + 10 + 15x - 2 = 8x - 8 - 12$

$$7x + 15x - 8x = -8 - 12 - 10 + 2$$

$$\frac{1}{1} \frac{+14x}{+14} = \frac{2}{1} \frac{-28}{+14} = -2$$

$$x = -2$$

Verifica

1° membro	2° membro
$7x + 10 + 15x - 2 =$ $= 7 \cdot (-2) + 10 + 15 \cdot (-2) - 2 =$ $= -14 + 10 - 30 - 2 =$ $= -36$	$8x - 8 - 12 =$ $= 8 \cdot (-2) - 8 - 12 =$ $= -16 - 8 - 12 =$ $= -36$

L'equazione è verificata.

b) $-(4x - 2) + 12x = 2(5x - 1) - 2(x - 6) - 5x$

$$-4x + 2 + 12x = 10x - 2 - 2x + 12 - 5x$$

$$\cancel{-4x + 12x - 10x + 2x} + 5x = -2 + 12 - 2$$

$$\frac{1}{1} \frac{+5x}{+5} = \frac{+8}{+5} = +\frac{8}{5}$$

$$x = +\frac{8}{5}$$

c) $\frac{x-2}{2} - \frac{3(2x-1)}{5} = -\frac{7(x-3)}{10}$

$$\frac{x-2}{2} - \frac{6x-3}{5} = -\frac{7x-21}{10}$$

$$1 \cdot 10 \cdot \frac{5(x-2) - 2(6x-3)}{10} = \frac{-(7x-21)}{10} \cdot 10 \cdot 1$$

$$5x - 10 - 12x + 6 = -7x + 21$$

$$5x - 12x + 7x = +21 + 10 - 6$$

$$0x = +25 \quad \text{equazione impossibile (nessuna soluzione)}$$

Quesito 3a

Determina per via grafica e per via algebrica le coordinate del punto P di intersezione tra le seguenti rette:

$$r \quad y = +2x - 3$$

$$t \quad y = -\frac{1}{2}x + 2$$

$$r \quad y = +2x - 3$$

$$\bullet \quad r \rightarrow \begin{cases} m = +2 \\ q = -3 \end{cases}$$

x	y
-4	-11
-2	-7
-1	-5
0	-3
+1	-1
+2	+1
+4	+5

$$t \quad y = -\frac{1}{2}x + 2$$

$$\bullet \quad t \rightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{2} \\ q = +2 \end{cases}$$

x	y
-4	+4
-2	+3
-1	+2,5
0	+2
+1	+1,5
+2	+1
+4	0

Dal grafico si deduce che il punto di intersezione è $Q(+2; +1)$.

Risoluzione algebrica:

$$\begin{cases} \text{retta } r \\ \text{retta } t \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = +2x - 3 \\ y = -\frac{1}{2}x + 2 \end{cases}$$

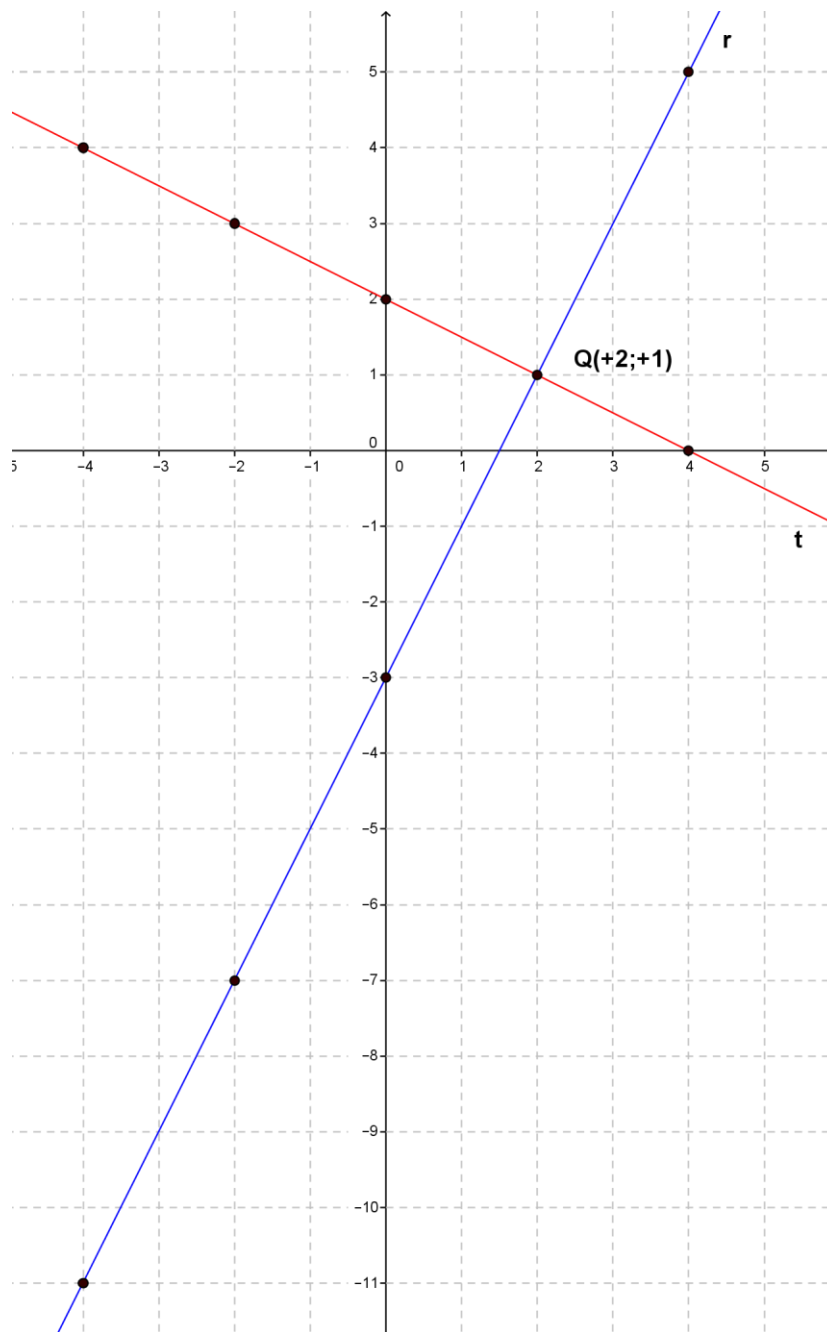
$$\begin{cases} y = +2x - 3 \\ +2x - 3 = -\frac{1}{2}x + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = +2x - 3 \\ 1 \cdot 2 \cdot \frac{+4x - 6}{2} = \frac{-x + 4}{2} \cdot 2 \cdot 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = +2x - 3 \\ \frac{+5x}{+5} = \frac{+10}{+5} = +2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = +2 \\ y = +2 \cdot (+2) - 3 = +4 - 3 = +1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = +2 \\ y = +1 \end{cases} \rightarrow Q$$



a) Scrivi l'equazione della retta r' parallela a r e passante per l'origine degli assi.

$$r' \rightarrow \begin{cases} m_{\parallel} = m_r = +2 \\ q_{\parallel} = 0 \end{cases} \rightarrow y = +2x$$

b) Scrivi l'equazione della retta t' perpendicolare a t e passante per il punto $P(0; +2)$.

$$t' \rightarrow \begin{cases} m_{\perp} = -\frac{1}{m_t} = +2 \\ q_{\perp} = +2 \end{cases} \rightarrow y = +2x + 2$$

Quesito 4a

Osserva lo schema qui a fianco, che si riferisce alla trasmissione dell'anemia mediterranea.

Sapendo che tale malattia è recessiva, rispondi alle seguenti domande, motivando le tue ipotesi:

	M	m
M	MM	Mm
m	Mm	mm

a) I genitori sono omozigoti o eterozigoti?

I genitori sono entrambi eterozigoti Mm.

b) Qual è il genotipo di un individuo malato?

Un individuo malato ha genotipo mm (omozigote recessivo).

c) Qual è il genotipo di un individuo portatore?

Un individuo portatore ha genotipo Mm (eterozigote).

d) Qual è la probabilità che nasca un figlio malato da una coppia di genitori di cui uno eterozigote ed uno malato?

Mm x mm		
	m	m
M	Mm	Mm
m	mm	mm
$\frac{2}{4} \rightarrow 50\% \rightarrow$ genotipo: Mm; fenotipo: individuo portatore		
$\frac{2}{4} \rightarrow 50\% \rightarrow$ genotipo: mm; fenotipo: individuo malato		

La probabilità che nasca un figlio malato da una coppia di genitori di cui uno eterozigote ed uno malato è del 50%.

e) Qual è la probabilità che nasca un figlio sano da una coppia di genitori di cui uno portatore ed uno sano?

Mm x MM		
	M	M
M	MM	MM
m	Mm	Mm
$\frac{2}{4} \rightarrow 50\% \rightarrow$ genotipo: MM; fenotipo: individuo sano		
$\frac{2}{4} \rightarrow 50\% \rightarrow$ genotipo: Mm; fenotipo: individuo portatore		

La probabilità che nasca un figlio sano da una coppia di genitori di cui uno portatore ed uno sano è del 50%.

Quesito 1b

Rappresenta in un piano cartesiano ortogonale i seguenti punti:

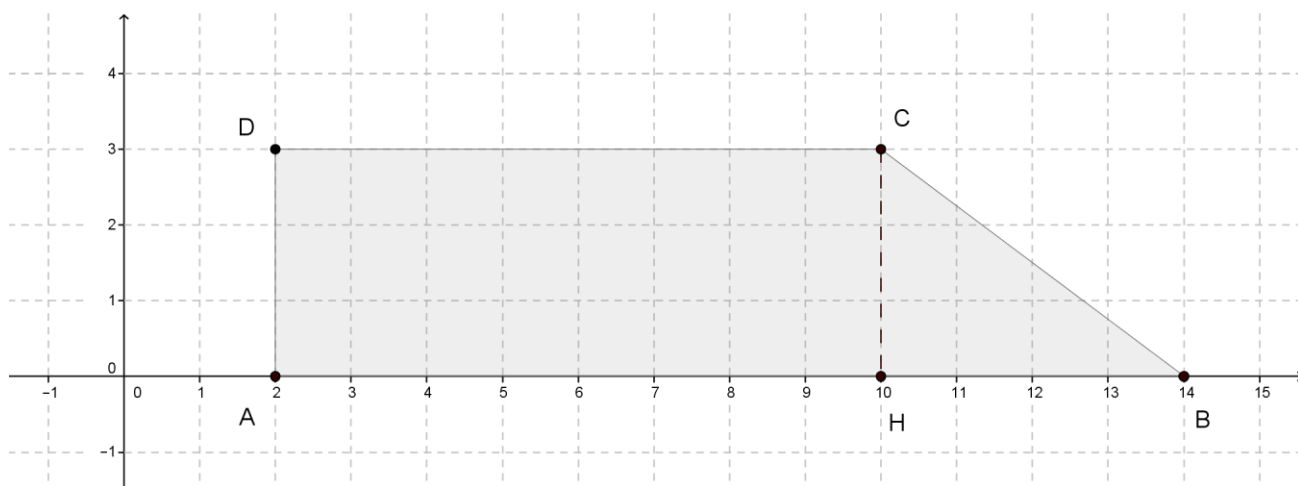
$A(+2; 0),$

$B(+14; 0),$

$C(+10; +3),$

$D(+2; +3).$

a) Unisci i punti nell'ordine assegnato e descrivi la figura ottenuta.



Il poligono ottenuto è un trapezio rettangolo.

Il poligono ABCD ha una coppia di lati paralleli, $AB \parallel DC$, che costituiscono le basi del trapezio, e un lato è perpendicolare ai lati paralleli, $DA \perp AB$ e DC , e corrisponde alla sua altezza; due angoli sono retti, $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$ (e anche supplementari), gli altri due angoli, $\hat{B} < 90^\circ$ e $\hat{C} > 90^\circ$, sono supplementari $\hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$.

$$\text{base maggiore} = B = AB = 12 \text{ u} = 12 \text{ cm} \quad \rightarrow \quad \overline{AD} = |x_B - x_A|$$

$$\text{base minore} = b = DC = 8 \text{ u} = 8 \text{ cm} \quad \rightarrow \quad \overline{DC} = |x_C - x_D|$$

$$\text{altezza} = h = DA = CH = 3 \text{ u} = 3 \text{ cm} \quad \rightarrow \quad \overline{CD} = |y_D - y_A|$$

$$\text{proiezione del lato obliquo} = p_r = HB = B - b = 4 \text{ u} = 4 \text{ cm}$$

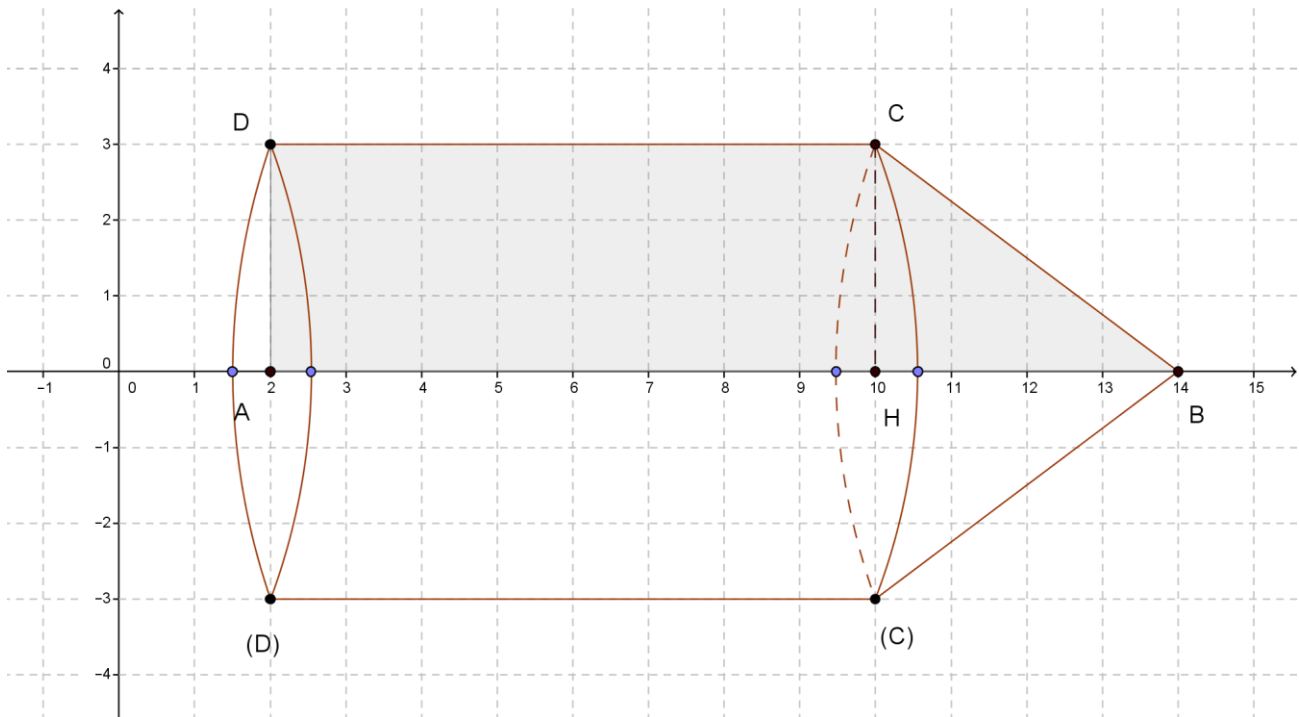
$$\text{lato obliquo} = \ell = CB = \sqrt{p_r^2 + h^2} = 5 \text{ u} = 5 \text{ cm}$$

b) Assumendo come unità di misura il centimetro (1 unità = 1 cm), calcola il perimetro e l'area del quadrilatero ABCD.

$$2p = B + h + b + \ell = 12 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 8 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 28 \text{ cm}$$

$$\mathcal{A} = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(12 \text{ cm} + 8 \text{ cm}) \cdot 3 \text{ cm}}{2} = 30 \text{ cm}^2$$

c) Fai ruotare il quadrilatero di un giro completo attorno all'asse x e descrivi il solido ottenuto.



Il solido ottenuto è composto da un cilindro e un cono sovrapposto, aventi le basi coincidenti.

Cilindro	Cono
$r_{cilindro} = r_{cono} = h_{trapezio} = 3\text{ cm}$	$r_{cono} = r_{cilindro} = h_{trapezio} = 3\text{ cm}$
$h_{cilindro} = b_{trapezio} = 8\text{ cm}$	$h_{cono} = p_{r\text{ trapezio}} = 4\text{ cm}$
	$a_{cono} = \ell_{trapezio} = 5\text{ cm}$

d) Calcola l'area totale ed il volume del solido.

$$\mathcal{A}_B = r^2\pi = (3\text{ cm})^2\pi = 9\pi\text{ cm}^2 = 28,26\text{ cm}^2$$

$$Circ = 2r\pi = 2 \cdot 3 \text{ cm} \cdot \pi = 6\pi \text{ cm} = 18,84 \text{ cm}$$

$$\mathcal{A}_{L_{cono}} = \frac{Circ \cdot a_{cono}}{2} = \frac{6\pi \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm}}{2} = 15\pi \text{ cm}^2 = 47,10 \text{ cm}^2$$

$$\mathcal{A}_{L_{cilindro}} = Circ \cdot h_{cilindro} = 6\pi \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} = 48\pi \text{ cm}^2 = 150,72 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{tot} &= \mathcal{A}_B + \mathcal{A}_{L_{cilindro}} + \mathcal{A}_{L_{cono}} = 9\pi \text{ cm}^2 + 48\pi \text{ cm}^2 + 15\pi \text{ cm}^2 = 72\pi \text{ cm}^2 \\ &= 226,08 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$V_{cono} = \frac{\mathcal{A}_B \cdot h_{cono}}{3} = \frac{9\pi \text{ cm}^2 \cdot 4 \text{ cm}}{3} = 12\pi \text{ cm}^3 = 37,680 \text{ cm}^3$$

$$V_{cilindro} = \mathcal{A}_B \cdot h_{cilindro} = 9\pi \text{ cm}^2 \cdot 8 \text{ cm} = 72\pi \text{ cm}^3 = 226,080 \text{ cm}^3$$

$$V_{tot} = V_{cilindro} + V_{cono} = 72\pi \text{ cm}^3 + 12\pi \text{ cm}^3 = 84\pi \text{ cm}^3 = 263,760 \text{ cm}^3$$

e) Se il solido fosse di ferro ($\rho_s = 7,8$), quale sarebbe il suo peso?

$$P = p_s \cdot V = 7,8 \frac{g}{cm^3} \cdot 263,760 \text{ cm}^3 = 2057,328 \text{ g}$$

Quesito 2b

Risolvi le seguenti equazioni e stabilisci se sono determinate (trova la soluzione), indeterminate o impossibili:

$$a) \frac{7-3x}{6} + \frac{x-10}{2} = \frac{1}{3}$$

$$1 \cdot 6 \cdot \frac{(7-3x) + 3(x-10)}{6} = \frac{2}{6} \cdot 6 \cdot 1$$

$$7 - 3x + 3x - 30 = 2$$

$$0x = 2 + 30 - 7$$

$$0x = +25 \quad \text{equazione impossibile (nessuna soluzione)}$$

$$b) 11x - 5 - (7x - 5) + 6 = 10 - 4 + 4x$$

$$11x - 5 - 7x + 5 + 6 = 10 - 4 + 4x$$

$$11x - 7x - 4x = 10 - 4 - 6$$

$$0x = 0 \quad \text{indeterminata (infinite soluzioni)}$$

$$c) \frac{x+4}{3} - \frac{x-4}{5} = 2 + \frac{3x-1}{15}$$

$$1 \cdot 15 \cdot \frac{5(x+4) - 3(x-4)}{15} = \frac{30 + (3x-1)}{15} \cdot 15 \cdot 1$$

$$5x + 20 - 3x + 12 = 30 + 3x - 1$$

$$5x - 3x - 3x = 30 - 1 - 20 - 12$$

$$-1x = -3$$

$$\frac{-1x}{-1} = \frac{-3}{-1} = +3$$

$$x = +3 \quad (\text{determinata})$$

Quesito 3b

Determina per via grafica e per via algebrica le coordinate del punto P di intersezione tra le seguenti rette:

$$r \quad y = +\frac{1}{2}x + 2$$

$$s \quad y = -x - 1$$

$$r \quad y = +\frac{1}{2}x + 2$$

$$\bullet \quad r \rightarrow \begin{cases} m = +\frac{1}{2} \\ q = +2 \end{cases}$$

x	y
-4	0
-2	+1
-1	+1,5
0	+2
+1	+2,5
+2	+3
+4	+4

$$s \quad y = -x - 1$$

$$\bullet \quad s \rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ q = -1 \end{cases}$$

x	y
-4	+3
-2	+1
-1	0
0	-1
+1	-2
+2	-3
+4	-5

Dal grafico si deduce che il punto di intersezione è $Q(-2; +1)$.

Risoluzione algebrica:

$$\begin{cases} \text{retta } r \\ \text{retta } s \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = +\frac{1}{2}x + 2 \\ y = -x - 1 \end{cases}$$

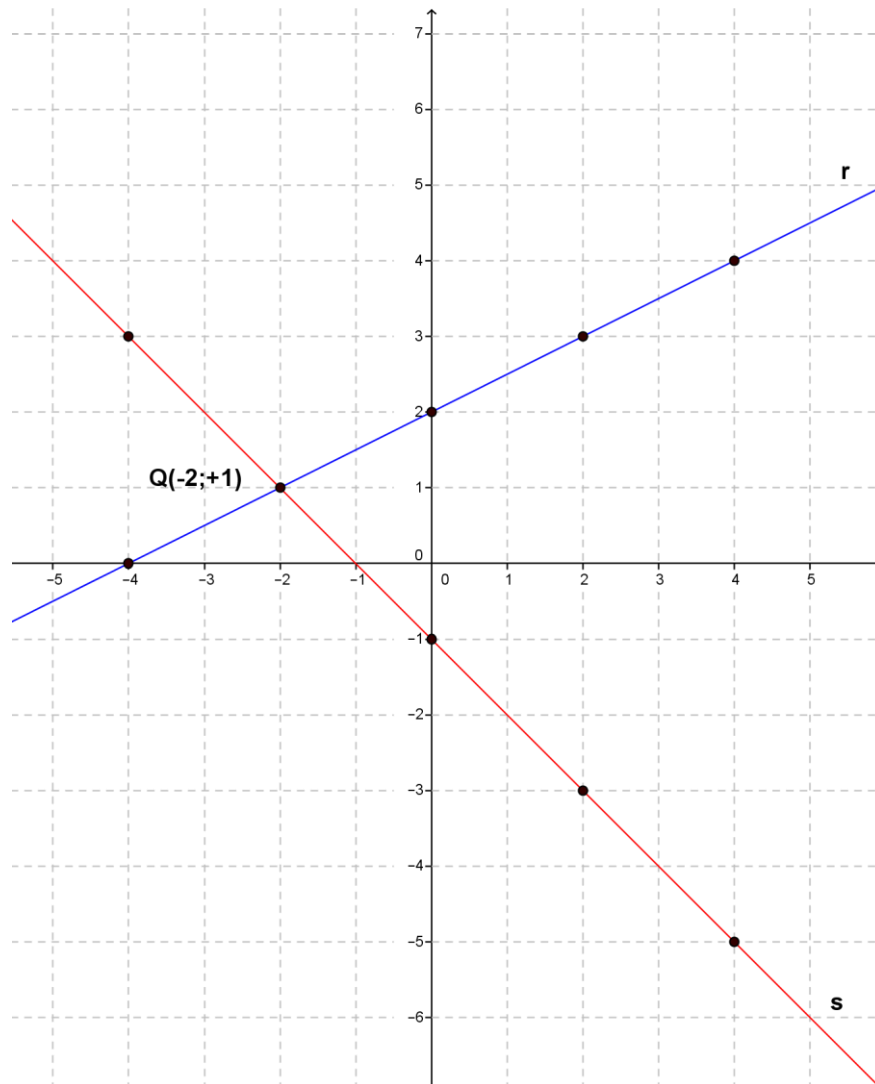
$$\begin{cases} y = -x - 1 \\ +\frac{1}{2}x + 2 = -x - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = +2x - 4 \\ 1 \cdot \frac{+x+4}{2} = \frac{-2x-2}{2} \cdot 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = +2x - 4 \\ \frac{+3x}{+3} = \frac{-6}{+3} = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = -(-2) - 1 = +2 - 1 = +1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = +1 \end{cases} \rightarrow Q$$



a) Scrivi l'equazione della retta r' perpendicolare a r e passante per il punto $P(0; +2)$.

$$r' \rightarrow \begin{cases} m_{\perp} = -\frac{1}{m_r} = -2 \\ q_{\perp} = +2 \end{cases} \rightarrow y = -2x + 2$$

b) Scrivi l'equazione della retta s' parallela a s e passante per l'origine degli assi.

$$s' \rightarrow \begin{cases} m_{\parallel} = m_s = -1 \\ q_{\parallel} = 0 \end{cases} \rightarrow y = -x$$

Quesito 4b

L'anemia mediterranea è una malattia del sangue dovuta a un gene recessivo, per cui i globuli rossi sono più piccoli della norma. Indica con M il gene sano e con m piccolo il gene che porta la malattia.

Calcola la probabilità in frazione e percentuale che nascano figli sani, ammalati, portatori sani, nei seguenti casi:

a) entrambi i genitori sono eterozigoti portatori sani.

Mm x Mm	FIGLI									
<table><tr><td></td><td>M</td><td>m</td></tr><tr><td>M</td><td>MM</td><td>Mm</td></tr><tr><td>m</td><td>Mm</td><td>mm</td></tr></table>		M	m	M	MM	Mm	m	Mm	mm	<div><div>$\frac{1}{4} \rightarrow 25\% \rightarrow$ genotipo: MM; fenotipo: individuo sano</div><div>$\frac{2}{4} \rightarrow 50\% \rightarrow$ genotipo: Mm; fenotipo: individuo portatore</div><div>$\frac{1}{4} \rightarrow 25\% \rightarrow$ genotipo: mm; fenotipo: individuo malato</div></div>
	M	m								
M	MM	Mm								
m	Mm	mm								

b) un genitore è omozigote sano e uno omozigote malato.

MM x mm	FIGLI									
<table><tr><td></td><td>m</td><td>m</td></tr><tr><td>M</td><td>Mm</td><td>Mm</td></tr><tr><td>M</td><td>Mm</td><td>Mm</td></tr></table>		m	m	M	Mm	Mm	M	Mm	Mm	<div><div>$\frac{0}{4} \rightarrow 0\% \rightarrow$ genotipo: MM; fenotipo: individuo sano</div><div>$\frac{4}{4} \rightarrow 100\% \rightarrow$ genotipo: Mm; fenotipo: individuo portatore</div><div>$\frac{0}{4} \rightarrow 0\% \rightarrow$ genotipo: mm; fenotipo: individuo malato</div></div>
	m	m								
M	Mm	Mm								
M	Mm	Mm								

c) entrambi i genitori sono omozigoti sani.

MM x MM	FIGLI									
<table><tr><td></td><td>M</td><td>M</td></tr><tr><td>M</td><td>MM</td><td>MM</td></tr><tr><td>M</td><td>MM</td><td>MM</td></tr></table>		M	M	M	MM	MM	M	MM	MM	<div><div>$\frac{4}{4} \rightarrow 100\% \rightarrow$ genotipo: MM; fenotipo: individuo sano</div><div>$\frac{0}{4} \rightarrow 0\% \rightarrow$ genotipo: Mm; fenotipo: individuo portatore</div><div>$\frac{0}{4} \rightarrow 0\% \rightarrow$ genotipo: mm; fenotipo: individuo malato</div></div>
	M	M								
M	MM	MM								
M	MM	MM								

Rispondi poi alle seguenti domande, motivando le tue ipotesi:

d) Da due genitori malati può nascere un figlio sano?

mm x mm	FIGLI									
<table><tr><td></td><td>m</td><td>m</td></tr><tr><td>m</td><td>mm</td><td>mm</td></tr><tr><td>m</td><td>mm</td><td>mm</td></tr></table>		m	m	m	mm	mm	m	mm	mm	<div><div>$\frac{0}{4} \rightarrow 0\% \rightarrow$ genotipo: MM; fenotipo: individuo sano</div><div>$\frac{0}{4} \rightarrow 0\% \rightarrow$ genotipo: Mm; fenotipo: individuo portatore</div><div>$\frac{4}{4} \rightarrow 100\% \rightarrow$ genotipo: mm; fenotipo: individuo malato</div></div>
	m	m								
m	mm	mm								
m	mm	mm								

Da due genitori malati non può nascere un figlio sano, ma solo figli malati.

e) Quali sono i possibili genotipi dei genitori se nasce un figlio malato?

Se nasce un figlio malato, nessuno dei due genitori può essere sano, perciò l'evento si può verificare con uno dei seguenti casi:

- tutti e due sono malati: mm x mm
- tutti e due sono portatori sani: Mm x Mm
- uno è portatore sano ed uno è malato: Mm x mm

mm x mm				Mm x Mm				Mm x mm			
		m	m			M	m			m	m
	m	mm	mm		M	MM	Mm		M	Mm	Mm
	m	mm	mm		m	Mm	mm		m	mm	mm
figlio malato al 100%				figlio malato al 25%				figlio malato al 50%			

Quesito 1c

Rappresenta in un piano cartesiano ortogonale i seguenti punti:

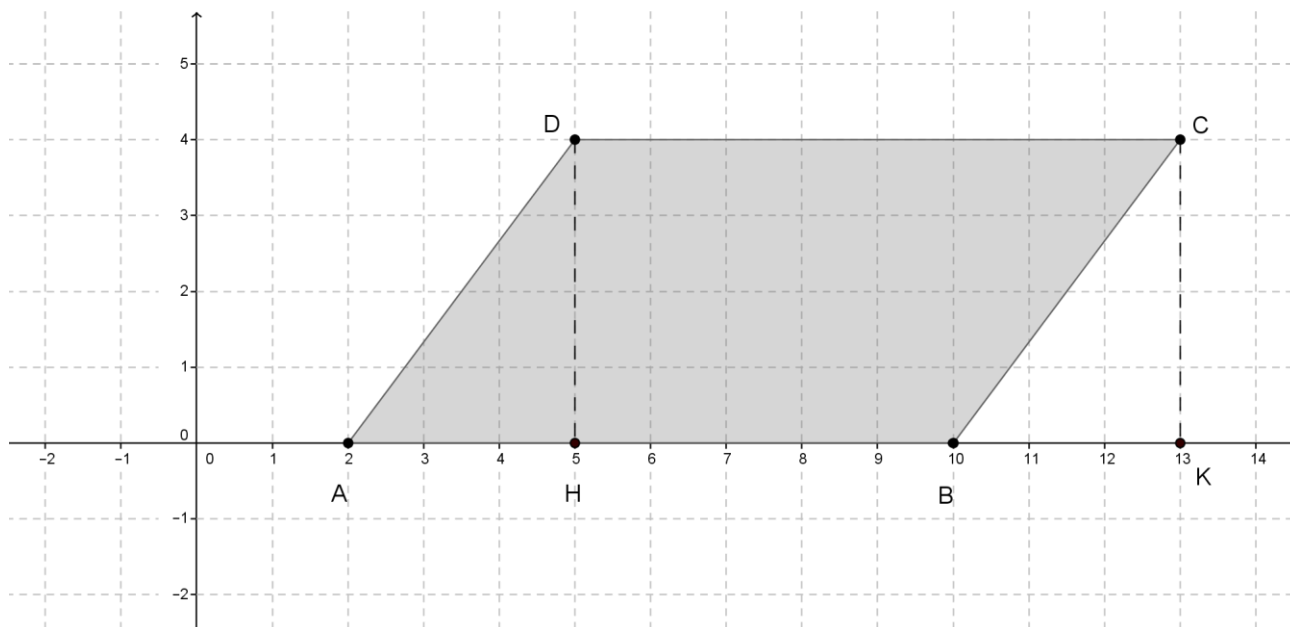
$A(+2; 0),$

$B(+10; 0),$

$C(+13; +4),$

$D(+5; +4).$

a) Unisci i punti nell'ordine assegnato e descrivi la figura ottenuta.



Il poligono ottenuto è un parallelogramma.

Il poligono ABCD ha due coppie di lati paralleli e congruenti, $AB \parallel DC$ e $AD \parallel BC$, $AB = DC$ e $AD = BC$; gli angoli opposti sono congruenti, $\hat{A} = \hat{C} < 90^\circ$ e $\hat{B} = \hat{D} > 90^\circ$, gli angoli adiacenti a ciascun lato sono supplementari, $\hat{A} + \hat{B} = \hat{B} + \hat{C} = \hat{C} + \hat{D} = \hat{D} + \hat{A} = 180^\circ$; le due diagonali, AC e DB , si bisecano; la figura ha un centro di simmetria coincidente con il punto di incontro delle diagonali.

$$base = b = AB = DC = 8 \text{ u} = 8 \text{ cm} \quad \rightarrow \quad \overline{AB} = |x_B - x_A|$$

$$altezza = h = DH = CK = 4 \text{ u} = 4 \text{ cm} \quad \rightarrow \quad \overline{DH} = |y_D - y_H|$$

$$proiezione \text{ del lato obliquo} = p_r = AH = 3 \text{ u} = 3 \text{ cm}$$

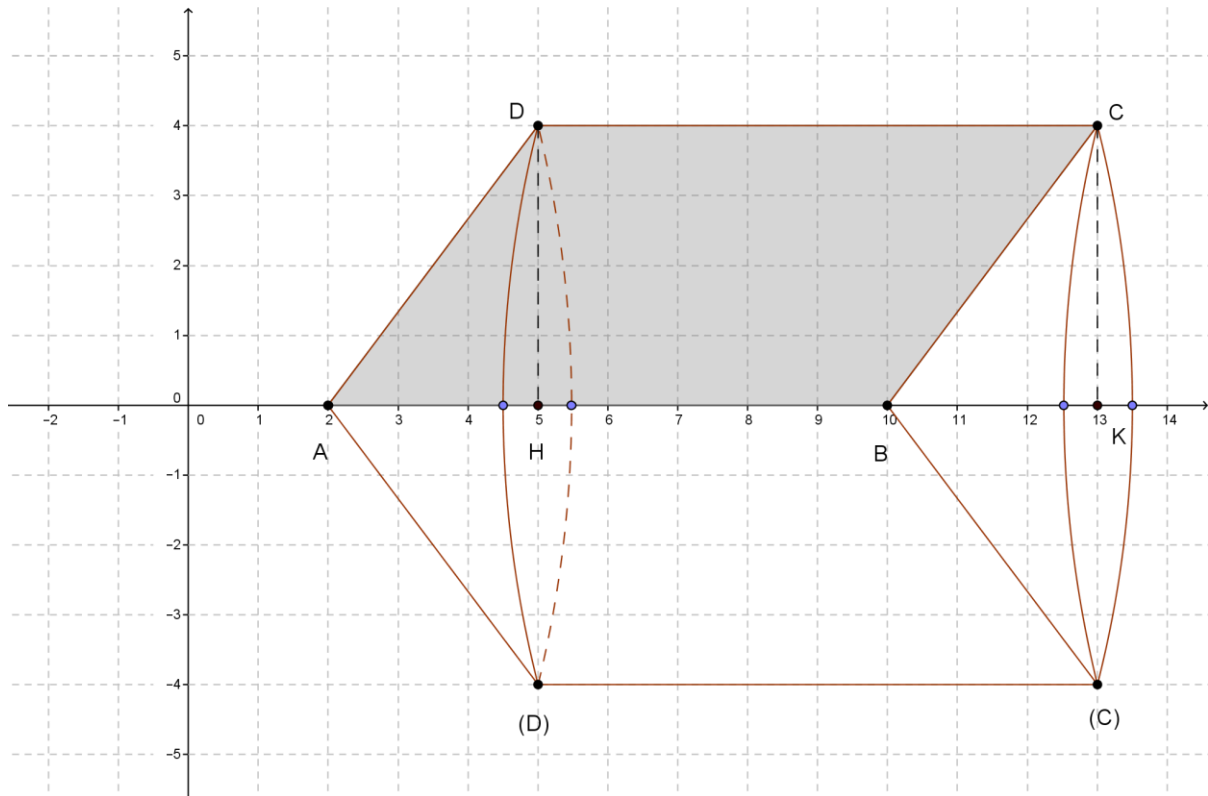
$$lato \text{ obliquo} = \ell = AD = BC = \sqrt{p_r^2 + h^2} = 5 \text{ u} = 5 \text{ cm}$$

b) Assumendo come unità di misura il centimetro (1 unità = 1 cm), calcola il perimetro e l'area del quadrilatero ABCD.

$$2p = 2 \cdot (b + \ell) = 2 \cdot (8 \text{ cm} + 5 \text{ cm}) = 26 \text{ cm}$$

$$\mathcal{A} = b \cdot h = 8 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 36 \text{ cm}^2$$

c) Fai ruotare il quadrilatero di un giro completo attorno all'asse x e descrivi il solido ottenuto.



Il solido ottenuto è composto da un cilindro e due coni identici, uno sovrapposto ed uno incavato, aventi le basi coincidenti.

Cilindro	Cono
$r_{cilindro} = r_{cono} = h_{parallelogramma} = 4 \text{ cm}$	$r_{cono} = r_{cilindro} = h_{parallelogramma} = 4 \text{ cm}$
$h_{cilindro} = b_{parallelogramma} = 8 \text{ cm}$	$h_{cono} = p_{parallelogramma} = 3 \text{ cm}$
	$a_{cono} = \ell_{parallelogramma} = 5 \text{ cm}$

d) Calcola l'area totale ed il volume del solido.

$$\mathcal{A}_B = r^2 \pi = (4 \text{ cm})^2 \pi = 16\pi \text{ cm}^2 = 50,24 \text{ cm}^2$$

$$Circ = 2r\pi = 2 \cdot 4 \text{ cm} \cdot \pi = 8\pi \text{ cm} = 25,12 \text{ cm}$$

$$\mathcal{A}_{L_{cono}} = \frac{Circ \cdot a_{cono}}{2} = \frac{8\pi \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm}}{2} = 20\pi \text{ cm}^2 = 62,80 \text{ cm}^2$$

$$\mathcal{A}_{L_{cilindro}} = Circ \cdot h_{cilindro} = 8\pi \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} = 64\pi \text{ cm}^2 = 200,96 \text{ cm}^2$$

$$\mathcal{A}_{tot} = \mathcal{A}_{L_{cilindro}} + 2\mathcal{A}_{L_{cono}} = 64\pi \text{ cm}^2 + 2 \cdot 20\pi \text{ cm}^2 = 104\pi \text{ cm}^2 = 326,56 \text{ cm}^2$$

$$V_{cono} = \frac{\mathcal{A}_B \cdot h_{cono}}{3} = \frac{16\pi \text{ cm}^2 \cdot 3 \text{ cm}}{3} = 16\pi \text{ cm}^3 = 50,240 \text{ cm}^3$$

$$V_{cilindro} = \mathcal{A}_B \cdot h_{cilindro} = 16\pi \text{ cm}^2 \cdot 8 \text{ cm} = 128\pi \text{ cm}^3 = 401,920 \text{ cm}^3$$

$$V_{tot} = V_{cilindro} + V_{cono} - V_{cono} = V_{cilindro} = 128\pi \text{ cm}^3 = 401,920 \text{ cm}^3$$

e) Calcola il peso del solido sapendo che il suo $ps = 2,5$.

$$P = ps \cdot V = 2,5 \frac{g}{\text{cm}^3} \cdot 401,920 \text{ cm}^3 = 1004,8 \text{ g}$$

Quesito 2c

Risolvi le seguenti equazioni e stabilisci se sono determinate (trova la soluzione), indeterminate o impossibili:

a) $3x - 5 + 2(x - 4) = 7x - 8 - (2x + 1)$

$$3x - 5 + 2x - 8 = 7x - 8 - 2x - 1$$

$$3x + 2x - 7x + 2x = -1 + 5$$

$$0x = +4 \quad \text{equazione impossibile (nessuna soluzione)}$$

b) $\frac{x-2}{3} + \frac{x}{6} = \frac{x+6}{2} - \frac{11}{3}$

$$1 \cdot 6 \cdot \frac{2(x-2) + x}{6} = \frac{3(x+6) - 22}{6} \cdot 6 \cdot 1$$

$$2x - 4 + x = 3x + 18 - 22$$

$$2x + x - 3x = +18 - 22 + 4$$

$$0x = 0 \quad \text{indeterminata (infinite soluzioni)}$$

c) $1 - \frac{6x+3}{4} = \frac{2(2x+1)}{3} - \frac{2x-1}{2}$

$$1 - \frac{6x+3}{4} = \frac{4x+2}{3} - \frac{2x-1}{2}$$

$$1 \cdot 12 \cdot \frac{12 - 3(6x+3)}{12} = \frac{4(4x+2) - 6(2x-1)}{12} \cdot 12 \cdot 1$$

$$12 - 18x - 9 = 16x + 8 - 12x + 6$$

$$-18x - 16x + 12x = +8 + 6 + 9 - 12$$

$$\frac{-22x}{-22} = \frac{+11}{-22} = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2} \quad \text{determinata}$$

Quesito 3c

Disegna in un sistema di assi cartesiani le rette di equazione

$$\mathbf{r} \quad y = +2x - 4$$

$$\mathbf{s} \quad y = -3x + 6$$

$$\mathbf{r} \quad y = +2x - 4$$

$$\bullet \quad r \rightarrow \begin{cases} m = +2 \\ q = -4 \end{cases}$$

x	y
-2	-8
-1	-6
0	-4
+1	-2
+2	0

$$\mathbf{s} \quad y = -3x + 6$$

$$\bullet \quad s \rightarrow \begin{cases} m = -3 \\ q = +6 \end{cases}$$

x	y
-2	+12
-1	+9
0	+6
+1	+3
+2	0

a) Determina graficamente e algebricamente il punto di incontro delle due rette.

Dal grafico si deduce che il punto di intersezione è $Q(+2; 0)$.

Risoluzione algebrica:

$$\begin{cases} \text{retta } r \\ \text{retta } s \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = +2x - 4 \\ y = -3x + 6 \end{cases}$$

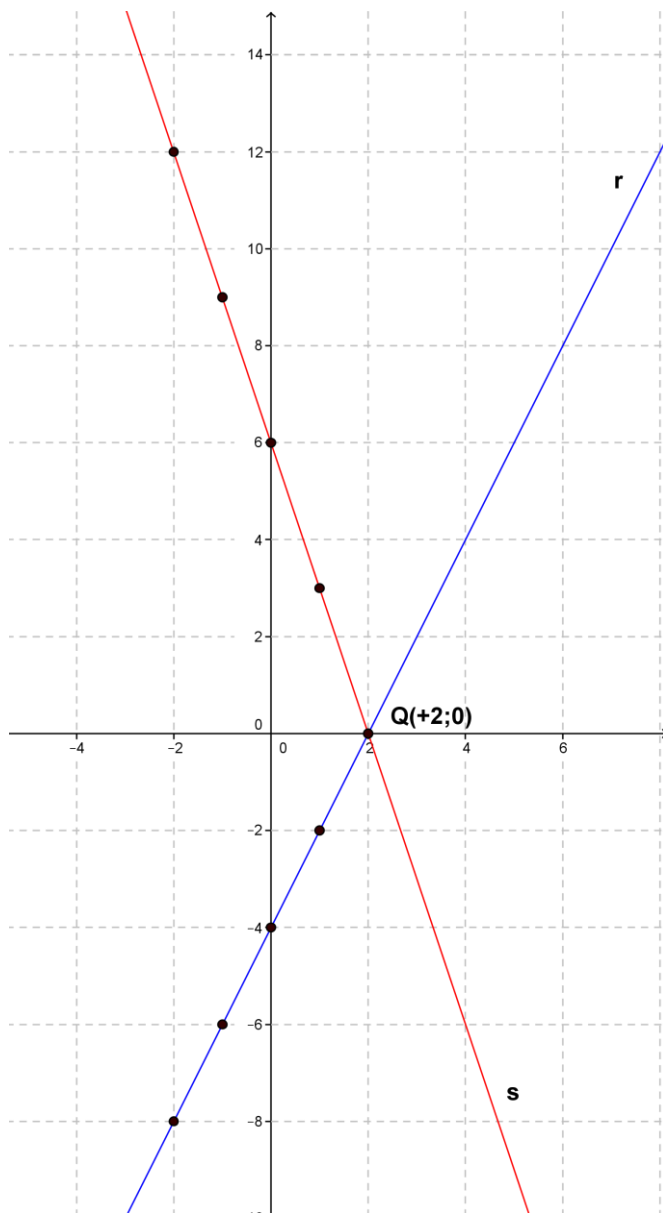
$$\begin{cases} y = +2x - 4 \\ +2x - 4 = -3x + 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = +2x - 4 \\ +2x + 3x = +6 + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = +2x - 4 \\ \frac{+5x}{+5} = \frac{+10}{+5} = +2 \\ 1 \quad 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = +2 \\ y = +2 \cdot (+2) - 4 = +4 - 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = +2 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow Q$$



b) Scrivi l'equazione della retta r' perpendicolare alla retta r e passante per l'origine degli assi.

$$r' \rightarrow \begin{cases} m_{\perp} = -\frac{1}{m_r} = -\frac{1}{2} \\ q_{\perp} = 0 \end{cases} \rightarrow y = -\frac{1}{2}x$$

c) Scrivi l'equazione della retta r'' parallela alla retta r e passante per il punto $P(0; +2)$.

$$r'' \rightarrow \begin{cases} m_{\parallel} = m_r = +2 \\ q_{\parallel} = +2 \end{cases} \rightarrow y = +2x + 2$$

d) Scrivi l'equazione della retta s' parallela alla retta s e passante per l'origine degli assi.

$$s' \rightarrow \begin{cases} m_{\parallel} = m_s = -3 \\ q_{\parallel} = 0 \end{cases} \rightarrow y = -3x$$

Quesito 4c

Un gatto dal pelo bianco e una gatta dal pelo nero hanno generato dei gattini, tutti con il pelo nero (1° generazione). Questi ultimi, raggiunta la maturità, incrociandosi tra loro, hanno generato 24 gattini, alcuni neri e altri bianchi (2° generazione).

a) Quale ipotesi si può fare sul genotipo dei due gatti genitori della prima generazione?

Secondo la prima e seconda legge di Mendel, si può dedurre che, per il carattere colore del pelo, il nero sia il colore dominante ed il bianco sia il colore recessivo. Se nella prima generazione i gattini sono tutti col pelo nero, si può desumere che il gatto genitore dal pelo nero sia di linea pura, ovvero omozigote per il colore nero, mentre il gatto genitore dal pelo bianco è sicuramente di linea pura, ovvero omozigote per il colore bianco.

b) Quale genotipo hanno i loro gattini?

I gattini della prima generazione sono tutti ibridi per il colore del pelo e mostrano il colore dominante nero, in altre parole sono tutti eterozigoti.

I gattini della seconda generazione sono di vario tipo: alcuni gattini neri sono omozigoti per il colore nero; altri gattini neri sono eterozigoti; tutti i gattini bianchi sono omozigoti per il colore bianco.

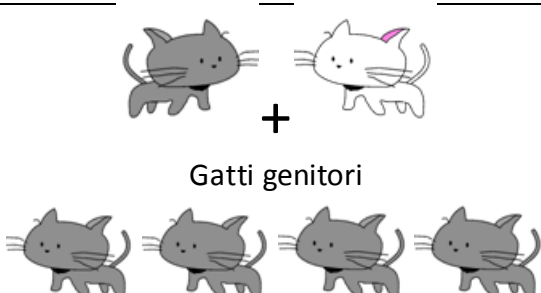
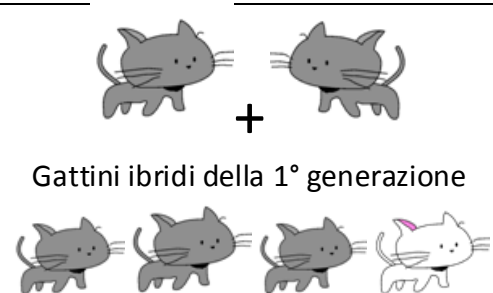
c) Qual è la probabilità che un gattino della 2° generazione sia nero? E che sia bianco?

In base alla seconda legge di Mendel, nella seconda generazione il carattere dominante si manifesta per il 75 % (3 su 4) ed il carattere recessivo si manifesta per il 25 % (1 su 4). Così la probabilità di avere un gattino nero corrisponde al 75% e la probabilità di avere un gattino bianco corrisponde al 25%.

d) Su 24 nati (la 2° generazione), qual è il probabile numero di gattini neri e di gattini bianchi?

Secondo Mendel, nella seconda generazione il carattere dominante pelo nero ha una probabilità del 75 % ed il carattere recessivo pelo bianco ha una probabilità del 25%, perciò il 75 % di 24 è il probabile numero di gattini neri, mentre il rimanente 25% di 24 è il probabile numero di gattini bianchi:

- Gattini neri: 75% di 24 = 18
- Gattini bianchi: 25% di 24 = 6 (= 24-18)

1° legge di Mendel	2° legge di Mendel
 <p>Gatti genitori</p> <p>Gattini della 1° generazione</p>	 <p>Gattini ibridi della 1° generazione</p> <p>Gattini della 2° generazione</p>